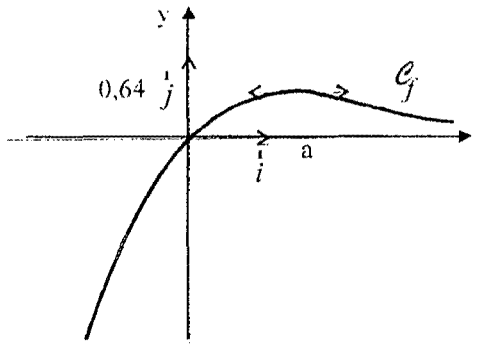
* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2}{e^x-1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{\dfrac{e^x}{x^2}-\dfrac{1}{x^2}}$

or $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x^2} = \lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{e^{\frac{x}{2}}}{x}\right)^2 = \lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{e^X}{2X}\right)^2 = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x^2} = 0$

d'où $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{\dfrac{e^x}{x^2}-\dfrac{1}{x^2}} = 0$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$

*<u>*Branche infinie au voisinage de*</u> $-\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x}{e^x-1} = +\infty$ donc la droite des ordonnées est une direction asymptotique à au voisinage de $-\infty$



3°/ a) f est continue sur $\mathbf{R}$ et en particulier sur $\mathbf{R}_+$ donc F est définie sur $\mathbf{R}_+$

b) f est continue sur $\mathbf{R}_+$ donc F est dérivable sur $\mathbf{R}_+$ et $\forall x \in \mathbf{R}_+$:

$F'(x) = f(x)$ or sur $\mathbf{R}_+$; $f(x) \geq 0$ donc F est strictement croissante sur $I = [0,+\infty[$.

c) F est continue et strictement croissante sur I donc $F(I)$ est l'intervalle :

$$F(I) = \left[F(0), \lim_{x\to+\infty} F(x)\right[= \left[0, \lim_{x\to+\infty} F(x)\right[$$

4°/ a) La fonction $t \mapsto t^2 e^{-t}$ est continue sur $\mathbf{R}_+$ donc G est définie sur $\mathbf{R}_+$.

b) Intégrons par parties : $\int_{Log2}^{x} t^2 e^{-t}\,dt$